Tethys
Revista de meteorologia
i climatologia mediterrània

Tethys 2011, **8**, 3–12
www.tethys.cat
ISSN-1697-1523
eISSN-1139-3394
DOI:10.3369/tethys.2011.8.01
Revista editada per **ACAM**

# Distribució potencial de la precipitació extrema al País Basc

**R. Moncho**[1,2] **i V. Caselles**[2]

[1]AZTI-Tecnalia, Unitat d'Investigació Marina, Txatxarramendi ugartea z/g, 48395 Sukarrieta
[2]Departament de Física de la Terra i Termodinàmica, Universitat de València, C/ Doctor Moliner, 50, 46100, Burjassot

Rebut: 20-I-2010 – Acceptat: 10-IX-2010 – **Versió Traduïda**

*Correspondència a:* robert@temps.cat

**Resum**

*El model de Distribució Potencial pot descriure conjuntament tant la distribució de probabilitat com la distribució temporal de precipitació. A més, permet incorporar la dependència de la probabilitat amb el nombre d'estacions independents. En aquest treball s'analitzen la distribució probabilística i la distribució temporal de la precipitació extrema de la Comunitat Autònoma del País Basc utilitzant dades diàries de 43 estacions, amb una mitjana de 31 estacions actives entre el 1961 i el 2000. Es comprova que el model estudiat presenta un bon ajustament (NMAE = 1,4%) per a precipitacions superiors a 115 mm en 24 h, i és consistent amb altres anàlisis d'extrems. Finalment, es proposa una relació matemàtica per tal d'estimar la precipitació màxima esperada per a un període de retorn igual o superior a 10 anys, amb una durada superior a 1 minut, i per a un determinat conjunt d'estacions independents. Aquesta relació depèn de dos exponents, un per al període de retorn ($m$ = 0,23 $\pm$ 0,02) i un altre per a la durada ($n$ = 0,63 $\pm$ 0,06); a més, també depèn d'un factor d'escala, que agafa valors entre $P_o$ = 42 $\pm$ 2 mm per al sud de la comunitat i $P_o$ = 71 $\pm$ 5 mm per al nord, essent el valor mig del País Basc igual a 58 $\pm$ 2 mm.*

**Paraules clau:** precipitació extrema, distribució potencial, climatologia extrema

## 1 Introducció

Una de les variables de major impacte sobre els recursos humans és el règim de precipitacions intenses. El risc d'inundacions depèn en major mesura de la vulnerabilitat de les infrastructures i sobretot de l'exposició excessiva al fenomen, generalment a causa d'una mala planificació del territori respecte de les "zones inundables" (Marco, 1999). D'altra banda, quan es parla de "risc climatològic" hom es refereix a la probabilitat d'ocurrència d'un extrem climàtic, per exemple a la freqüència dels episodis de pluges torrencials, o també dels episodis secs perllongats.

La zona de major risc de precipitacions torrencials a Espanya és la costa mediterrània (Font-Tullot, 2000; Llasat et al., 1996). Tanmateix, al País Basc també s'han registrat diferents episodis d'inundacions molt importants, algun d'ells extraordinari, com és el cas de les inundacions de Bilbao de 1983 (Ugarte i González, 1984). A causa de la gran variabilitat natural de la precipitació, cal disposar de llargues sèries de registres per a estimar tant la repetició dels extrems de precipitació com la possible tendència climàtica (Kundzewicz i Robson, 2000; Lana et al., 2009).

Normalment, es fa referència a la freqüència de succés d'un episodi de precipitacions intenses mitjançant el terme "període de retorn", que es refereix al temps mitjà que caldria esperar per tal que se superi un cert llindar en un punt determinat (Témez, 1978). Per tant, aquest valor puntual no representa adequadament els episodis d'una zona extensa, que són els que provoquen les inundacions més importants. De fet, la repetició per a "un punt qualsevol d'una zona" sempre serà més gran que la repetició per a un únic punt. A més, a causa de l'escassesa intrínseca de dades de situacions extraordinàries que serveixin de referència, o a causa de la pròpia naturalesa de la precipitació extrema, els models probabilístics presenten sovint dificultats per a reproduir satisfactòriament els períodes de

(cc) BY *2011 Autor(s). Aquest treball té llicència "Creative Commons".*

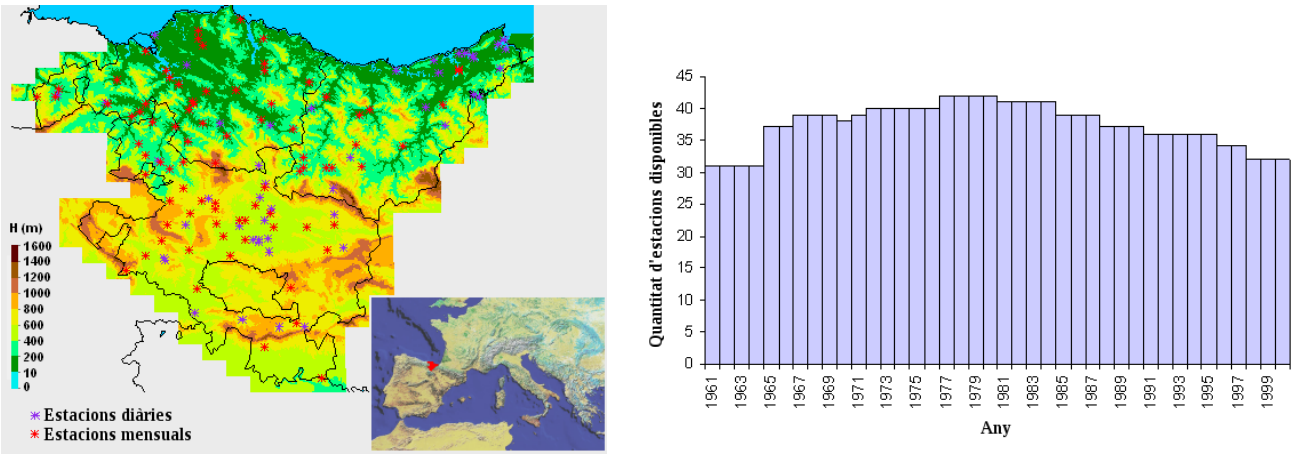


**Figura 1.** Estacions de l'Agència Estatal de Meteorologia (AEMET) disponibles per a l'estudi. (a) (esquerra) Distribució geogràfica, on $H$ representa l'elevació en metres respecte del nivell del mar. (b) (dreta) Disponibilitat temporal durant el període 1961-2000.

retorn associats (Ministerio de Fomento, 1999; de Salas i Fernández, 2006; Soro et al., 2010). Per això, en aquest treball proposem centrar l'estadística en la corba de precipitacions extremes mitjançant una metodologia robusta vàlida per a zones àmplies del País Basc.

## 2 Material i metodologia

### 2.1 Dades de precipitació

Per a l'anàlisi de la precipitació intensa del País Basc disposem de dades diàries de 43 estacions de la xarxa meteorològica de l'Agència Estatal de Meteorologia (Figura 1a). Tanmateix, la disponibilitat d'aquestes estacions depèn del temps, obtenint un període de màxima activitat entre el 1977 i el 1981 (Figura 1b).

Moltes de les estacions no presenten continuïtat ni tan sols entre l'any d'inici i l'any final d'activitat, sinó que es poden activar i desactivar de forma irregular, presentant interrupcions de mesos o anys (Ruíz-Urrestarazu, 1983). De fet, de les 43 estacions, només disposem de 498 092 registres diaris, cosa que suposa un 79% de la disponibilitat màxima per a la sèrie 1961-2000 i només 19 estacions la completen de forma total. El nombre màxim d'estacions actives en un dia és de 36 i el mínim 19, mentre que la mitjana és de 31.

Per tal de completar l'estudi amb la distribució temporal, disposem de la informació detallada horària de 22 dels 30 episodis (1950-2008) en què es van registrar inundacions de diferent importància en alguna zona del País Basc, segons diferents documents de l'Agència Estatal de Meteorologia (AEMET).

### 2.2 Distribució probabilística de la precipitació diària

Les dades diàries de precipitació no segueixen una distribució normal a causa de la presència d'un gran nombre de valors zero i cap valor menor de zero. Per tant, cal considerar altres distribucions de probabilitat, com la Distribució Gamma, la Distribució Generalitzada de Pareto o la SQRT-ET$_{max}$, entre altres (de Salas i Fernández, 2006; Ministerio de Fomento, 1999). Per al tractament estadístic de les dades s'han fet servir els següents programes informàtics: IDL, R, STATGRAPHICS i EASYFIT.

D'entre totes les estacions disponibles, es va agafar la precipitació més elevada per a cadascun dels dies. Amb aquests registres es va calcular la freqüència de cada valor de precipitació, $P$, i la probabilitat acumulada, $\pi(p \geq P)$, que es defineix com la probabilitat que un grup de $N$ estacions registri una precipitació diària màxima igual o superior a $P$. Per tant, el període de retorn empíric $\rho(P)$ (en anys) associat a aquesta probabilitat acumulada $\pi(p \geq P)$ ve donat per la relació següent:

$$\rho(P) \equiv \frac{1}{\Pi(p \geq P)} \approx \frac{1}{365,25 \cdot \pi(p \geq P)} \tag{1}$$

on $\Pi(p \geq P)$ és la probabilitat que un any es produeixi una precipitació màxima igual o superior a $P$ amb una certa durada i en un grup determinat d'estacions.

D'altra banda, segons Moncho et al. (2009) l'acumulació màxima $P_{max}$ puntual d'una precipitació intensa, d'una durada $t$ i un període de retorn puntual $\rho$, entre 1 i 50 anys, a la Península Ibèrica es pot aproximar a la forma d'una corba IMM-IDF (Intensitat Mitja Màxima - Intensitat-Durada-Freqüència), de la següent manera:

$$P_{max}(\rho, t) \approx P_o(\rho_o, t_o) \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^m \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-n} \tag{2}$$

on $P_o(\rho_o, t_o)$ és l'acumulació de referència per a un període de referència $\rho_o$, i una durada de $t_o$ (que es va escollir com un dia), $m$ és un paràmetre adimensional que per a les estacions principals de la Península Ibèrica s'ha estimat com 0,24 $\pm$ 0,06 (Moncho et al., 2009) i on $n$ és un índex de la precipitació (Annex A).

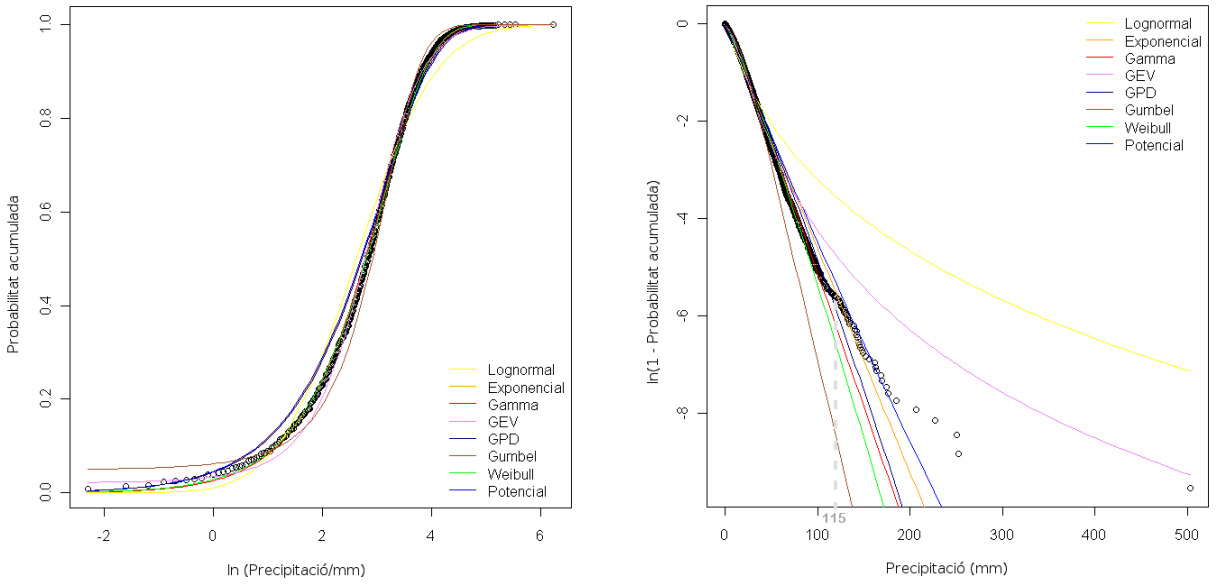


**Figura 2.** (a) (esquerra) Ajustament de diferents models de distribució a la probabilitat acumulada observada en la precipitació diària màxima. (b) (dreta) Detall del logaritme de la probabilitat acumulada de la part extrema de la corba.

Tenint en compte l'Equació 1, es pot demostrar que l'Equació 2 porta implícita una Distribució de Probabilitat Potencial o de Pareto (Annex B), segons l'equació següent:

$$\Pi(p \geq P) = \left(\frac{P_1}{P}\right)^{\frac{1}{m}} \tag{3}$$

on $P_1$ i $m$ són constants ajustables, mentre que $P$ és el llindar de precipitació considerat, que ha de ser més gran que $P_1$. En aquest treball s'ha escollit el model IMM-IDF (Equació 2) perquè només necessita ajustar tres paràmetres ($n$, $m$ i $P_o(\rho_o, t_o)$), independentment de la durada $t$, per tant és més robust que les distribucions habituals, com la distribució SQRT-ET$_{max}$ (Etoh et al., 1986; Ferrer, 1996) i fins i tot que la Distribució Generalitzada de Pareto (GPD) fent servir PDS (Ben-Zvi, 2009), ja que aquests models fan servir diferents paràmetres per a cada durada $t$.

La precipitació màxima diària ($P$) registrada per un conjunt d'estacions depèn en gran mesura del nombre d'estacions ($N$) del grup i del nombre de dies ($D$) en què aquest grup d'estacions està actiu. L'estadística serà millor com més gran sigui el nombre de dies i estacions independents entre si a cada grup. A més, els grups analitzats han de ser climatològicament semblants, per tal de poder suposar que la probabilitat no està condicionada a una tipologia de grup (en funció de paràmetres climàtics). Amb totes aquestes suposicions, s'ha d'esperar que la precipitació màxima registrada $P$ sigui una funció del producte entre el nombre de dies d'activitat i el nombre d'estacions independents ($N \cdot D$), ja que això equival a tenir només una estació amb el nombre de dies totals que sumen totes ($D_{total}$).

Per tant, la precipitació màxima diària esperada en aquest nombre total de dies disponibles ($D_{total}$) vindrà donada per l'Equació 2, agafant aquest temps com a període de retorn, $\rho = D_{total}$, i prenent com a durada $t = t_o = 1$ dia, és a dir:

$$P(D, N) \approx P_o(D_o, N_o) \left(\frac{DN}{D_o N_o}\right)^m \tag{4}$$

D'altra banda, la probabilitat acumulada $\pi(P)$ s'estima suposant que tots els dies presenten la mateixa probabilitat $\Pi(P)$ que el grup d'estacions registri un valor igual o superior a $P$. Com que és esperable que la precipitació màxima registrada sigui més elevada amb un nombre més gran d'estacions, podria ser necessari corregir aquesta contribució esperada en cada registre diari, segons el nombre d'estacions actives, en base a l'Equació 4.

## 2.3 Corba de precipitacions extremes

Per a l'estudi de la freqüència dels episodis de pluja extrema al País Basc, es pot agafar un llindar de precipitació suficientment elevat de manera que només sigui superat per pocs dies, per exemple el 0,05% (Begueria, 2005). El llindar es defineix com la precipitació màxima, $P_U$, acumulada en un temps $t_U$. Mentrestant, el període de retorn $\rho(P_U)$ es pot definir com el temps esperat entre dos episodis que superen el llindar $P_U$. Per tal de simplificar les equacions, es considera un període de retorn teòric $\rho_i(P_{Teo})$, a partir de la mitjana de les ocurrències d'un episodi i el següent, $\rho_{ij}(P_i)$, és a dir:

$$\rho_i(P_{Teo}(P_i)) \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \rho_{ij}(P_i) \tag{5}$$

on el subíndex $i$ enumera els episodis d'acumulació màxima igual a $P_i$ tal que $P_i > P_U, t_{ef} < t_U$, segons l'Equació 3.

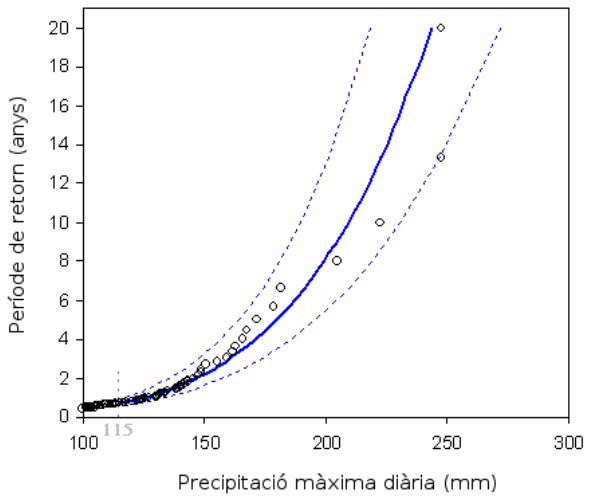


**Figura 3.** Ajustament de la corba de períodes de retorn (Equació 2) per a la precipitació diària màxima del País Basc. Els paràmetres ajustats són: $m = 0{,}23 \pm 0{,}02$ i $P_o(t_o) = 125 \pm 4$ mm (interval d'error del 95%).

D'altra banda, $P_{Teo}$ és l'acumulació teòrica per al mateix conjunt, que s'agafa segons la següent equació que proposem:

$$P_{Teo}(P_i) \equiv \frac{(N-2)P_{Min} + \langle P_i \rangle}{N-1} \tag{6}$$

on $N$ és el nombre d'episodis considerats iguals o superiors a 3, i $P_{Min}$ és l'acumulació màxima més baixa d'entre tots els episodis. D'aquesta manera es pondera la representativitat de la intensitat mínima amb el nombre de dades disponibles i en consideració amb la mitjana de les intensitats. Finalment, es considera la corba teòrica per als extrems de precipitació del País Basc, segons l'Equació 2, dissenyada a partir de la mitjana dels tres paràmetres anteriors:

$$P_o \equiv \langle P_{Teo}(P_i) \rangle \tag{7}$$

$$\rho_o(P_o) \equiv \langle \rho_i(P_{Teo}) \rangle \tag{8}$$

$$n_o \equiv \langle n_i(P_i) \rangle \tag{9}$$

on les Equacions 7 i 8 fan referència a la mitjana dels valors obtinguts segons les Equacions anteriors 5 i 6, mentre que $n_i(P_i)$ és el valor de l'índex $n$ ajustat per a cadascun dels episodis-i de precipitacions extremes.

## 3 Resultats

### 3.1 Distribució probabilística de la precipitació diària

Un cop estimada la probabilitat acumulada de la precipitació màxima diària per a tot el període 1961-2000, es van aplicar diferents models probabilístics (Valor Extrem Generalitzat, Distribució Generalitzada de Pareto, Gamma, Gumbel i Weibull) i es va observar que cap d'ells no s'ajusta adequadament al conjunt de la precipitació, segons diverses proves no-paramètriques. Per exemple, amb un interval de confiança del 95% i per a 878 classes, el paràmetre Kolmogorov-Smirnov és més gran a 0,1 i el paràmetre d'Anderson i Darling (1952) és superior a 39 en tots ells (Siegel, 1986; Corder i Foreman, 2009). Un dels models que millor s'ajusta a les dades és la distribució Gamma, amb $\alpha = 19{,}7 \pm 0{,}7$ i $\beta = 0{,}97 \pm 0{,}02$ (Figura 2), que presenta un error absolut mig (NMAE) del 8,6% en l'estimació dels valors de precipitació, essent de 4,1% per a valors compresos entre 14 i 115 mm en 24 h i de 12% per a valors d'entre 115 i 250 mm.

Es va trobar un millor ajustament de la distribució Gamma per a valors compresos entre 14 i 115 mm en 24 h, amb $\alpha = 17{,}0 \pm 0{,}2$ i $\beta = 1{,}20 \pm 0{,}05$, presentant un NMAE de l'1,6%, tanmateix per a valors entre 115 i 250 mm l'error és més elevat que en l'anterior ajustament (17%). També es va provar per a l'interval d'entre 115 i 250 mm amb les mateixes distribucions i es va observar que les millors distribucions eren: la Distribució Potencial (p-valor $<$ 0,0001), la Distribució Exponencial (p-valor = 0,0001), la Distribució Generalitzada de Pareto (p-valor = 0,0003) i la Distribució Gamma (p-valor = 0,0005). En concret, per a la Distribució Potencial (Equació 2) es va aconseguir un NMAE de l'1,4% amb els següents paràmetres ajustats: $m = 0{,}23 \pm 0{,}02$ i $P_o(t_o) = 125 \pm 4$ mm (Figura 3).

La probabilitat de registrar un màxim diari (superior a un llindar $P$) pot variar al llarg del període d'estudi (1961-2000) segons el nombre d'estacions actives. Per tant, el llindar de precipitació màxima va ser corregit segons l'Equació 4, de manera que els valors finals representen un conjunt constant de 31 estacions. No obstant això, es va observar que la correcció no suposa un canvi significatiu en la distribució de probabilitat, ja que s'obtenen uns paràmetres similars: $m = 0{,}22 \pm 0{,}02$ i $P_o(t_o) = 126 \pm 4$ mm (davant de $m = 0{,}23 \pm 0{,}02$ i $P_o(t_o) = 125 \pm 4$ mm, abans de corregir).

D'altra banda, tenint en compte que l'ajustament aconseguit fa referència al conjunt mig de 31 estacions del País Basc amb disponibilitat diària, és possible estimar el període de retorn equivalent per a una única estació (període de retorn mitjà). Per a això, es va aplicar una altra vegada l'Equació 4, ja que relaciona la precipitació màxima diària i el nombre de registres disponibles, és a dir, el producte entre el conjunt de $N$ estacions i el període de retorn esperat en anys. Com a primera aproximació es va considerar que les $N$ estacions presenten una probabilitat independent de registrar un registre màxim de precipitació. Amb tot això, es va obtenir que per a una estació els paràmetres ajustats amb l'Equació 4 són: $m = 0{,}22 \pm 0{,}02$ i $P_o(t_o) = 58 \pm 2$ mm (Figura 4).

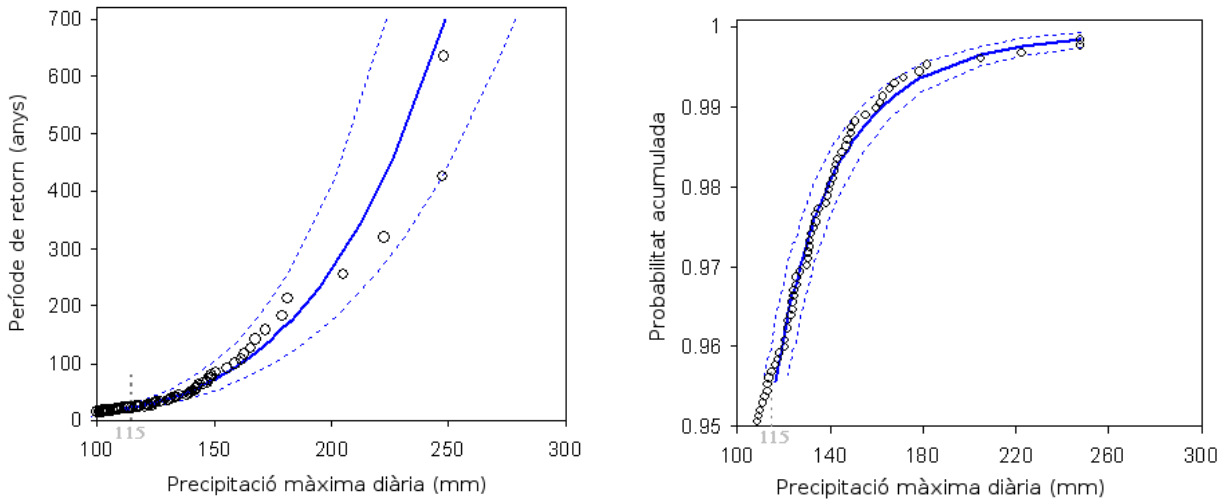


**Figura 4.** (a) (esquerra) Temps de registre o període total (expressat en nombre d'estacions per al període de retorn) per a cada precipitació màxima diària, i (b) (dreta) probabilitat acumulada associada a aquests períodes de mesura. Els paràmetres ajustats són: $m$ = 0,22 $\pm$ 0,02 i $P_o(t_o)$ = 58 $\pm$ 2 mm (interval d'error del 95%), amb un període de retorn de referència de $\rho_o$ = 1 any.

**Taula 1.** Alguns dels episodis d'entre 1950 i 2008, la precipitació dels quals en un dia ($P$) supera el llindar de 150 mm, i dels quals es disposa informació sobre la distribució temporal ($n$).

| Episodi (dia del màxim) | Estació del màxim | $P$ (mm) | $n$ |
|---|---|---|---|
| 11-15 d'octubre de 1953 (14) | Oyarzun (Arditurri) | 313,5 | 0,65 $\pm$ 0,12 |
| 24-25 de setembre 1959 (24) | Fuenterrabia (Aeropuerto) | 214 | 0,71 $\pm$ 0,15 |
| 26 d'agost de 1983 | Larraskitu | 503 | 0,60 $\pm$ 0,09 |
| 1 de juny de 1997 | Sant Sebastià (Igeldo) | 251 | 0,53 $\pm$ 0,07 |
| 25 d'agost de 2002 | Sant Sebastià (Ategorrieta) | 224 | 0,64 $\pm$ 0,06 |

## 3.2 Corba de precipitacions extremes

Per tal de dissenyar una corba de precipitacions extremes es va considerar un llindar que fos superat en el 0,05% dels dies del període 1950-2008. Concretament, el llindar es va fixar en 150 mm en 24 h, amb la qual cosa es van trobar 14 dies en què aquest llindar havia estat superat en alguna estació. Aquests 14 registres es corresponen amb 11 estacions amb una elevada pluviometria mitja, situades al nord i al nord-est del País Basc. Així doncs, per tal d'estimar els períodes de retorn es van analitzar conjuntament els 14 casos. Tanmateix, per tal d'estimar la distribució temporal mitja només es disposa de l'índex $n$ per a 5 dels 14 episodis extrems (Taula 1).

Es disposa de prou casos (14) per a ajustar els períodes de retorn empírics (Equació 5) a unes acumulacions teòriques (Equació 6), i obtenir el valor del paràmetre $m$ segons l'Equació 2; en aquest cas s'obté com a resultat l'Equació 10. També és possible, però, tractar conjuntament els 14 casos per a obtenir un valor mig de la precipitació màxima esperada i del període de retorn. D'aquesta manera, és possible fer servir la mateixa equació però suposant que el valor de $m$ és igual a 0,24 $\pm$ 0,02 (valor mig per al conjunt de la Península Ibèrica, segons Moncho et al., 2009). En aquest cas, s'obté com a resultat l'Equació 11. Per a les dues estimacions, es considera que l'índex $n$ té com a valor la mitjana dels episodis de la Taula 1, és a dir $n$ = 0,63 $\pm$ 0,06.

$$P_{max} \approx 117\ mm \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{0,28} \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-0,63} \tag{10}$$

$$P_{max} \approx 125\ mm \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{0,24} \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-0,63} \tag{11}$$

on $P_{max}$ és l'acumulació màxima per a un període de retorn $\rho$ i una durada $t$, mentre que s'ha escollit un període de referència $\rho_o$ d'un any i una durada $t_o$ d'un dia. És important destacar que la corba resultant d'ajustar el valor de $m$ (Equació 10) presenta uns valors de precipitació més extrems que la corba de mitjana (Equació 11), tal i com s'aprecia a la Figura 5.

Es van repetir els càlculs per a les 10 estacions amb registres de pluviometria extrema més baixa i es va obtenir que la precipitació màxima diària amb un període de retorn d'1 any és de $P_o(t_o)$ = 71 $\pm$ 5 mm amb paràmetre

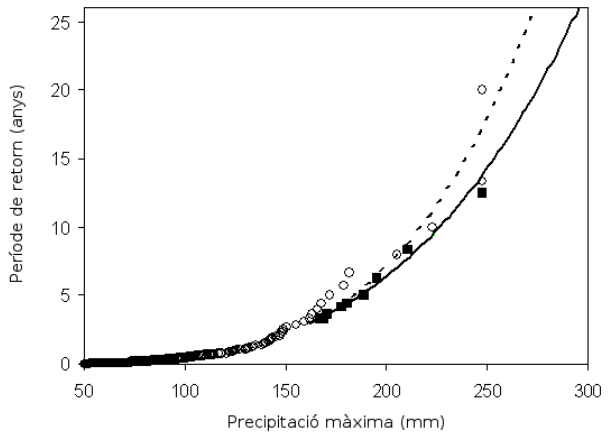


**Figura 5.** Comparació entre la precipitació diària màxima (cercles) del conjunt de 31 estacions (període 1961-2000) i la precipitació extrema (quadrats) obtinguda a partir de les Equacions 5 i 6, per al conjunt d'11 estacions que han superat el llindar considerat (150 mm en 24 h) en el període 1950-2008. La línia contínua és l'ajustament de l'Equació 10 a la precipitació extrema, amb paràmetres $m$ = 0,28 $\pm$ 0,06 i $P_o(t_o)$ = 117 $\pm$ 10 mm, mentre que la línia discontínua ve d'ajustar l'Equació 11, amb paràmetres $m$ = 0,24 $\pm$ 0,06 i $P_o(t_o)$ = 125 $\pm$ 9 mm (interval d'error del 95%).

$m$ = 0,23 $\pm$ 0,05. És a dir, aplicant l'Equació 2, la mitjana per a una estació és de $P_o(t_o)$ = 42 $\pm$ 2 mm en un dia, amb un retorn d'un any. La ubicació de les 10 estacions es troba repartida al sud de la província d'Àlaba, fet que també és coherent amb els registres de precipitació mitja anual (Martín-Vide, 2004).

## 4 Discussió

### 4.1 Elecció de la metodologia

Les estacions pluviomètriques amb disponibilitat diària del País Basc presenten en general una sèrie curta de registres, per la qual cosa resulta molt difícil estimar el període de retorn de les precipitacions extremes. Per això, en aquest treball es va optar per estudiar de manera conjunta les estacions disponibles, tant analitzant totes les estacions com tractant per separat el conjunt d'estacions més extremes i les menys extremes. D'aquesta manera, s'augmenta el nombre de mesures computables en una determinada estadística, cosa que equival a disposar de sèries molt més llargues (nombre d'estacions independents per quantitat d'anys). Tanmateix, a causa de la pròpia naturalesa de la precipitació extrema, els models probabilístics presenten sovint dificultats per reproduir satisfactòriament els períodes de retorn més elevats. En aquest treball es va escollir la Distribució Potencial o de Pareto per ser una de les que presentava millors resultats i per ser la més senzilla matemàticament. Això facilita la interpretació dels resultats mitjançant corbes IDF matemàticament explícites que requereixen pocs paràmetres. En altres models com GEV, SQRT-ET$_{max}$, Gumbel, etc., per a cada durada diferent es necessiten 2 o 3 paràmetres (Ferrer, 1996; Pereyra-Diaz et al., 2004) i, per tant, requereixen un gran nombre de paràmetres per escriure de forma general les corbes IDF representatives de qualsevol durada.

La forma potencial de la corba IDF necessita únicament tres paràmetres ($P_o$, $m$, $n$) per representar tota la distribució temporal possible de les precipitacions màximes, per a un determinat conjunt de $N$ estacions i per a un període de retorn $\rho$. D'altra banda, la raó per la qual s'escull un període de referència $\rho_o$ d'un any respon a motius de simplicitat matemàtica (les equacions resulten més sintètiques), però habitualment les equacions s'apliquen per a períodes de retorn superiors a 10 anys.

### 4.2 Efecte de la quantitat d'estacions

Per a l'estadística conjunta de tot el País Basc, s'ha aplicat una correcció de la probabilitat acumulada en funció del nombre variable d'estacions, estimant les precipitacions màximes diàries probables que s'haurien registrat si el nombre d'estacions hagués estat constant en 31 (d'acord amb l'Equació 4). D'aquesta manera es pretén evitar la sobreestimació o subestimació de la probabilitat d'algun registre portat a terme en un determinat grup d'estacions diferent de la mitjana.

La relació de la probabilitat en funció de la quantitat d'estacions actives es pot entendre en la Figura 6. Tenint en compte el nombre de dies, $D$, amb el que es disposa de $N$ estacions actives (Figura 6a), la precipitació màxima obtinguda depèn del nombre total de registres (producte de les $N$ estacions pels $D$ dies en què es troben actives), segons l'Equació 4, amb $m$ = 0,30 $\pm$ 0,05 i $P_o$ = 7 $\pm$ 1 mm per a 1 *dia·estació*, cosa que es correspon amb 44 $\pm$ 6 mm per a 1 *any·estació*. Si es compara amb la corba de la Figura 4a, s'aprecia que el valor s'aproxima bastant al de referència de 58 mm per a 1 *any·estació*. La diferència entre els dos valors pot ser provocada pel fet que en la Figura 6b s'ha considerat que tots els grups presenten la mateixa probabilitat de registrar un màxim, cosa que a priori no és certa. Per tant, sembla que la hipòtesi inicial que la probabilitat depèn del nombre d'estacions queda justificada.

Atenent a les corbes extremes corresponents al grup d'11 estacions que han registrat les precipitacions rècords (Equacions 10 i 11), és possible comparar-les amb les corbes IDF estimades per a les estacions de Bilbao-Sondica i Sant Sebastià-Igueldo (Taula 2). En aquesta comparació s'aprecia que l'índex $n$ d'aquestes estacions és compatible amb l'obtingut per als rècords del País Basc (0,63 $\pm$ 0,06), especialment el de l'estació de Sant Sebastià-Igueldo, que presenta la major acumulació màxima en 1 hora. Concretament, l'acumulació corresponent a un dia per a la mateixa estació és de 147 mm per a un període de retorn de 25 anys

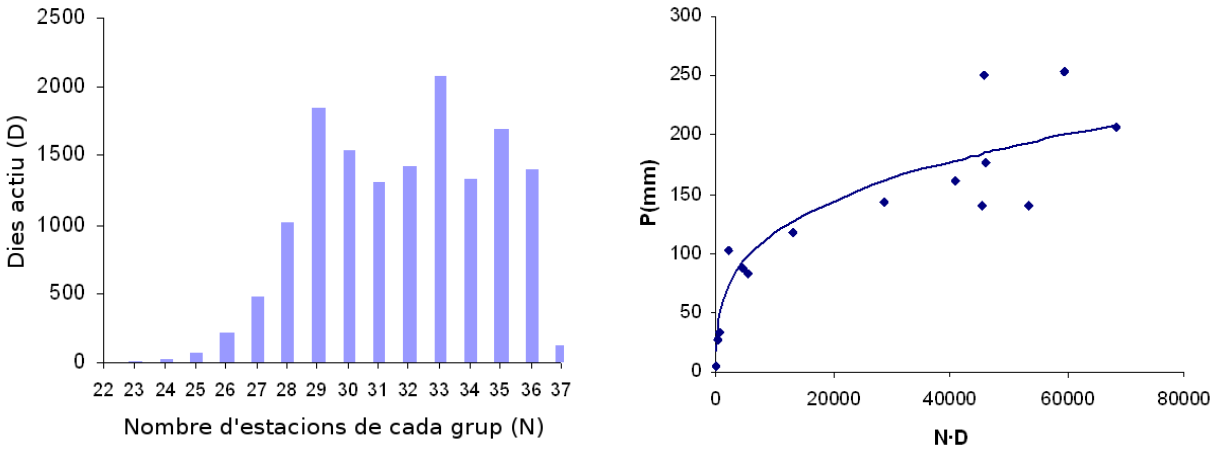


**Figura 6.** (a) (esquerra) Quantitat de dies, $D$, en què trobem $N$ estacions actives. (b) (dreta) Precipitació màxima en un dia registrada en cada grup, i comparació amb el producte $N \cdot D$ (quantitat d'estacions i durada de cadascun dels grups). La corba ajustada correspon al model de l'Equació 4, on $m$ = 0,30 $\pm$ 0,05 i $P_o$ = 7,4 mm per a un $N_o \cdot D_o$ de referència igual a 1 estació per un dia.

**Taula 2.** Valors dels ajustaments a les corbes IDF per a l'estació de Bilbao-Sondica i Sant Sebastià-Igueldo, segons Moncho et al. (2009). On $n_{med}$ és el valor mig de l'índex $n$, mentre que els temps de referència són 60 minuts per a la durada ($t_o$) i 25 anys per al període de retorn ($\rho_o$).

| Estació | $P(t_o, \rho_o)'$ | $m$ | $\varepsilon(m)$ | $n_{med}$ | $\varepsilon(n_{med})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1024E Sant Sebastià Igueldo | 45,5 | 0,23 | 0,02 | 0,63 | 0,03 |
| 1082 Bilbao Sondica | 35,8 | 0,24 | 0,02 | 0,574 | 0,002 |

(Equació 2). Per a un període de retorn d'1 any, aquest valor es correspon amb 70 mm, assumint $m$ = 0,23, que és gairebé la meitat que el valor 125 mm de l'Equació 11.

Aquesta diferència es deu al fet que l'Equació 11 correspon a una estadística d'11 estacions, no d'una estació, cosa que fa augmentar notablement la probabilitat conjunta de registrar un màxim. Novament, si s'aplica l'Equació 4, és possible predir que el valor de 125 mm es correspon amb $N/N_o$ = 11 $\pm$ 2 respecte d'Igueldo. Altrament dit, és possible interpretar que el nombre eficient d'estacions independents del grup d'11 estacions és de l'ordre d'11, o molt proper, respecte d'Igueldo. Si apliquem aquesta mateixa relació amb l'estadística mitja de totes les estacions (58 $\pm$ 2 mm en 1 dia a l'any), s'obté que són necessàries un conjunt de 30 $\pm$ 4 estacions amb l'estadística mitja per igualar l'estadística del grup de les 11 estacions compatibles amb la d'Igueldo, fet que resulta lògic perquè l'estadística de totes les estacions (31) inclou els registres de les 11 estacions rècord.

Per tant, podríem pensar que les 11 estacions són suficients per reproduir gairebé tota l'estadística màxima del grup total d'estacions diàries. Tanmateix, seria convenient analitzar detingudament les sèries diàries d'aquestes estacions així com les de la resta del País Basc per estimar una funció del nombre efectiu d'estacions independents, en relació al nombre total d'estacions de cada grup aleatori ($N$).

Com exemple d'aplicació dels resultats obtinguts, s'ha estimat el període de retorn de la precipitació de 503 mm registrats en 24 h durant el 26 d'agost de 1983 a Larraskitu (Ugarte i González, 1984) i s'ha obtingut que és de 300 $\pm$ 150 anys (95% de confiança) per al conjunt de les 11 estacions amb pluviometria més extrema. Tenint en compte que el 9 de gener de 1875 es van registrar 495 mm en 24 h (AEMet, 2010) a l'estació principal de Bilbao (1859-1920), es corrobora que la repetitivitat dels 500 mm en 24 h al País Basc és bastant baixa.

## 4.3 Distribució espacial

Respecte de la distribució espacial de la precipitació màxima del País Basc, aquest treball es limita a estimar l'interval de valors generals sense entrar en gran detall perquè es considera que la longitud individual de les sèries analitzades (40 anys) és insuficient, almenys amb aquesta metodologia, per estimar adequadament la variabilitat espacial referida a un mateix període d'estudi i amb una representació climàtica real. Per tant, tal com s'ha comentat anteriorment, una alternativa és simular una major longitud temporal combinant les estadístiques de diverses estacions, o bé, també és possible estimar les corbes IDF per a poques estacions i intentar interpolar la distribució espacial amb l'ajuda de variables orogràfiques predictores. Per exemple,

fent servir les sèries dels pluviògrafs d'Igeldo, Bilbao i altres de les comunitats autònomes properes (Moncho et al., 2009), es va estimar que al País Basc la precipitació màxima oscil·la entre 30 i 50 mm en una hora per a un període de retorn de 25 anys (Annex B), cosa que es correspon amb valors d'entre 40 i 70 mm en 24 h amb un període de retorn d'1 any, és a dir, una mitja d'uns 55 mm en 24 h. Això és compatible amb el valor obtingut en aquest treball de $P_o = 58 \pm 2$ mm, referit a una estació, fent servir $m = 0{,}24 \pm 0{,}02$.

Aquest mateix valor de $P_o = 58 \pm 2$ mm (amb retorn igual a un any) implica que per a un període de retorn de 10 anys la precipitació màxima esperada per a una estació és d'uns 100 mm, de mitjana. Això està en concordança amb Pérez-Cueva (1983), que obté una precipitació màxima per al mateix període de retorn que oscil·la entre els 70 mm del sud d'Àlaba i els 150 mm de Guipúscoa. A més de la coincidència en el valor mig, s'ha de destacar també que aquest interval de valors és pràcticament coincident en els tres treballs, és a dir que podem esperar que al País Basc la precipitació màxima en un dia oscil·li entre els 40 i els 70 mm en un període de retorn d'1 any, o el que és el mateix, entre 70 i 150 mm en un període de 10 anys.

## 5 Conclusions

Dels registres de les 43 estacions de disponibilitat diària (498 092 dades) s'ha analitzat la precipitació màxima de cada dia des de l'any 1961 fins al 2000 i s'ha estimat la distribució de probabilitat diària associada. Amb això s'ha comprovat que els models habituals de distribució de probabilitat no s'ajusten adequadament a aquesta corba (Kolmogorov-Smirnov és superior a 0,1 en tots ells, amb 95% de confiança i 878 classes considerades). Tanmateix, analitzant la sèrie a partir d'un cert llindar extrem (115 mm en 24 h), els models presenten una notable millora, sobretot en el cas del model de Distribució Potencial (error mitjà de l'1,4%).

S'ha observat que la precipitació màxima registrada en un conjunt d'estacions depèn del nombre d'estacions pertanyent al conjunt. En una primera aproximació es pot considerar que al País Basc les estacions amb disponibilitat diària presenten una probabilitat pràcticament independent de registrar un extrem de precipitació. En canvi, es va veure que per a la probabilitat mitja, el nombre d'estacions era suficientment constant en el temps, ja que la correcció de la probabilitat no va incorporar canvis significatius en els paràmetres ajustats.

Finalment, es proposa una expressió matemàtica per a estimar la precipitació màxima esperada per a un període de retorn $\rho$ (en anys) igual o superior a 10 anys, amb una durada $t$ (en dies) superior a 1 minut i per a un conjunt de $N$ estacions independents, segons:

$$P_{max} \approx P_o \left(N\rho\right)^m t^{1-n} \tag{12}$$

on $m = 0{,}23 \pm 0{,}02$, $n = 0{,}63 \pm 0{,}06$, mentre que el factor d'escala, $P_o$, depèn de si es considera el conjunt de totes les estacions del País Basc ($P_o = 58 \pm 2$ mm) o una zona en concret, la pluviometria de la qual difereixi significativament de la mitja: per a la zona més plujosa (nord i nord-est del País Basc) s'obté que $P_o = 71 \pm 5$ mm, mentre que per a la zona menys plujosa (sud d'Àlaba) s'obté que $P_o = 42 \pm 2$ mm. Aquest model presenta importants avantatges sobre la resta ja que incorpora la dependència amb el temps i amb el nombre d'estacions fent servir només 3 paràmetres ajustables.

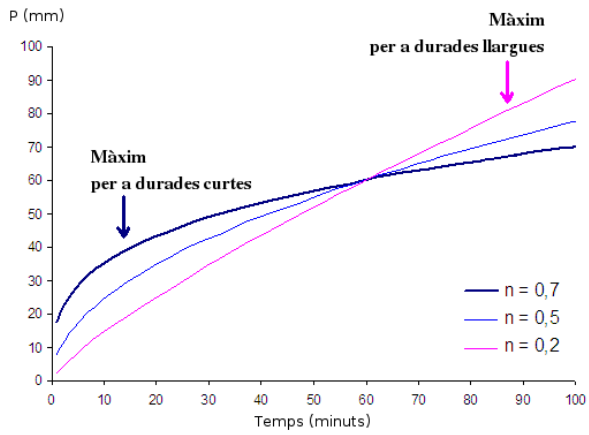


**Figura A1.** Comparació entre tres tipus de distribució temporal de la precipitació, segons tres valors diferents per a l'índex $n$, prenent com a acumulació de referència els 60 mm en una hora que, segons l'Agència Estatal de Meteorologia, representa el llindar de torrencialitat a Espanya.

**Agraïments.** Roberto Moncho ha estat beneficiari de la beca Iñaki Goenaga de la *Fundación Centros Tecnológicos*, sense la qual aquest treball no hauria estat possible. A més, agraïm la col·laboració de l'Agència Estatal de Meteorologia (AEMET) i en especial la de Margarita Martín, Directora de la Delegació Territorial d'AEMET al País Basc, per aportar-nos les dades meteorològiques necessàries per a elaborar aquest estudi. Així mateix, s'han d'agrair els comentaris de Guillem Chust (AZTI). Aquest treball s'emmarca en un projecte finançat pel *Programa de Subvenciones Etortek* del Govern Basc (projecte *K-Egokitzen II*).

## Apèndix A Distribució temporal de la precipitació

La variable pluviomètrica més utilitzada en hidrologia és la intensitat mitja màxima, sobretot a les corbes Intensitat-Durada-Freqüència (Témez, 1978). La intensitat mitja màxima es defineix com el quocient entre l'acumulació màxima per a cada interval de temps i aquest interval de temps, és a dir:

$$I(t) \equiv \frac{P(t)}{t} \tag{A1}$$

on $P(t)$ és l'acumulació màxima en un temps $t$, i $I(t)$ és la intensitat mitja màxima en un temps $t$. Segons Chow (1962),

la intensitat mitja màxima es pot ajustar a una funció tri-paramètrica segons:

$$I(t) = \frac{a}{t^n + b} \tag{A2}$$

on $a$, $b$ i $n$ són els paràmetres ajustables per a cada cas. I aquesta equació es pot rescriure com:

$$\frac{\frac{I_{max}(0)}{I(t)} - 1}{\frac{I_{max}(0)}{I_o(t_o)} - 1} = \left(\frac{t}{t_o}\right)^n \tag{A3}$$

on $I_{max}(0)$ és la intensitat mitja màxima absoluta (en el temps zero, com a referència), $I_o(t_o)$ és la intensitat mitja màxima de durada arbitrària $t_o$, i $I(t)$ és la intensitat mitja màxima en la durada d'interès $t$. I com que en l'instant de màxima intensitat en general $I_{max}(0) >> I(t)$, aleshores l'Equació A3 es pot aproximar a la relació matemàtica:

$$I \approx I_o(t_o)\left(\frac{t_o}{t}\right)^n \tag{A4}$$

Aquesta aproximació és vàlida per a qualsevol episodi de precipitació i per a qualsevol escala temporal igual o superior al minut (Moncho, 2008). A més, agafant l'Equació A1, es pot rescriure l'Equació A4 per a l'acumulació màxima $P(t)$, en un temps $t$, segons:

$$P(t) \approx P_o(t_o)\left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-n} \tag{A5}$$

on $P(t_o)$ és l'acumulació màxima en un temps de referència $t_o$. S'ha de destacar que el paràmetre $n$ conté informació sobre la tipologia de la precipitació (Moncho et al., 2009). Així, per exemple, els valors baixos de $n$ estan relacionats amb major persistència de la intensitat que els valors alts de $n$ (veure Figura A1).

## Apèndix B Distribució probabilística de la precipitació

Definint $\Pi(p \geq P)$ com la probabilitat que en un any es produeixi una precipitació màxima $p$ (d'una certa durada) igual o superior a $P$, aleshores es té que la Distribució Potencial o de Pareto és:

$$\Pi(p \geq P) = 1 \qquad si\ P < P_1$$
$$\Pi(p \geq P) = \left(\frac{P_1}{P}\right)^{\frac{1}{m}} \qquad si\ P \geq P_1 \tag{B1}$$

on $m$ és un paràmetre positiu i $P_1$ és la precipitació màxima esperada per a un any, amb la mateixa durada que $P$.

El període de retorn superior a un any, $\rho(P)$, es defineix com la inversa de la probabilitat $\Pi(p \geq P)$. Per tant, dividint entre el període de retorn $\rho_o(P_o)$ de l'acumulació de referència $P_o$, l'Equació B1 es pot escriure com:

$$\frac{\rho_o(P_o)}{\rho(P)} \approx \left(\frac{P_o}{P}\right)^{\frac{1}{m}} \tag{B2}$$

Invertint l'Equació B2, es pot escriure la precipitació esperada per a cada període de retorn, $P(\rho)$, segons:

$$P(\rho) \approx P_o(\rho)\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^m \tag{B3}$$

Finalment, considerant simultàniament l'Equació A5 i B3, s'obté una expressió general per a una acumulació màxima $P$, associada a un període de retorn $\rho$ i una durada $t$:

$$P(\rho, t) \approx P_o(\rho_o, t_o)\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^m \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-n} \tag{B4}$$

Aquesta equació requereix únicament tres paràmetres, $m$, $n$ i $P_o(\rho_o, t_o)$; al contrari que la distribució comunament més utilitzada, la SQRT-ET$_{max}$ (Etoh et al., 1986), que requereix ajustar dos paràmetres per a cada temps. A més, el paràmetre $m$ és aproximadament constant per al conjunt de la Península (0,24 $\pm$ 0,06, Moncho et al., 2009) i la resta de paràmetres és conegut (Figura B1).

## Referències


AEMet, 2010: Valores climáticos extremos, Agencia Estatal de Meteorología (WEB), 11/VI/2010.

Anderson, T. W. i Darling, D. A., 1952: *Asymptotic theory of certain "goodness-of-fit" criteria based on stochastic processes*, Annals of Mathematical Statistics, **23**, 193–212.

Begueria, S., 2005: *Uncertainties in partial duration series modelling of extremes related to the choice of the threshold value*, J Hydrol, **303**, 215–230.

Ben-Zvi, A., 2009: *Rainfall intensity-duration-frequency relationships derived from large partial duration series*, J Hydrol, **367**, 104–114, ISSN: 0022–1694.

Chow, V. T., 1962: Hydrological determination of waterway areas for the design of drainage structures in small drainage basins, Engineering Experimental Station, Bulletin 462, University of Illinois, Urbana, USA.

Corder, G. W. i Foreman, D. I., 2009: Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach, Wiley, ISBN: 978047045461.

de Salas, L. i Fernández, J. A., 2006: *Nueva metodología para el análisis de la variable intensidad máxima anual de precipitación*, Ecología, **20**, 35–44.

Etoh, T., Murota, A., i Nakanishi, M., 1986: SQRT-Exponential Type Distribution of Maximum, Hydrologic Frequency Modelling, V. P. Shing (Ed.), Reidel Pub. Com, Lousiana State University, USA, Proceedings of the International Symposium on Flood Frequency and Risk Analyses, 14-17 May 1986, 253-264.

Ferrer, F. J., 1996: El modelo de función de distribución SQRT-ET$_{max}$ en el análisis regional de máximos hidrológicos: aplicación a lluvias diarias, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.

Font-Tullot, I., 2000: Climatología de España y Portugal, Universidad de Salamanca, 2a Edición, 422 pp.

Kundzewicz, Z. W. i Robson, A., 2000: World Climate Programe - Water detecting trend and other changes in hydrological data, United Nations Educational Scientific and Cultural Org., Geneva, May, WCDMP, 45 WMO/TD - No. 1013 (PDF).

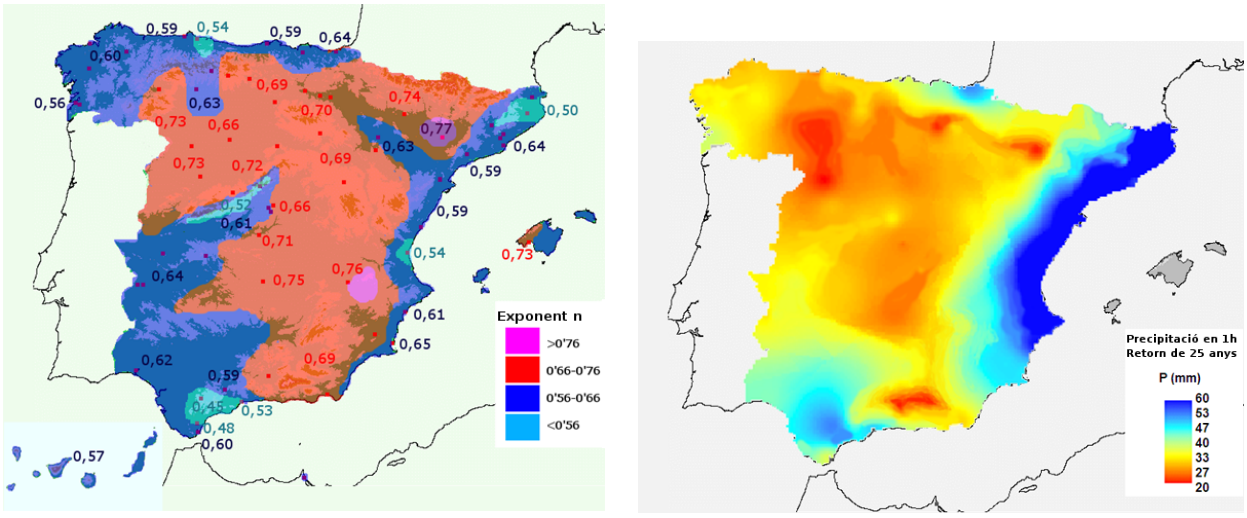


**Figura B1.** (a) (esquerra) Distribució espacial de l'índex $n$ de l'Equació B4, on es distingeix entre els climes amb pluges màximes persistents (blau) i antipersistents (vermell). (b) (dreta) Precipitació màxima en una hora amb un període de retorn puntual de 25 anys (Moncho et al., 2009).


Lana, X., Burgueño, A., Martínez, M. D., i Serra, C., 2009: *A review of statistical analyses on monthly and daily rainfall in Catalonia*, Tethys, **6**, 15–29, doi: 10.3369/tethys.2009.6.02.

Llasat, M. C., Ramis, C., i Barrantes, J., 1996: *The meteorology of high-intensity rainfall events over the West Mediterranean region*, Remote Sensing Reviews, **14**, 51–90.

Marco, J., 1999: Análisis Hidrológico y sus implicaciones en la planificación de una defensa integral frente a las inundaciones de la Ribera del Júcar, CONFEDERACIÓN HIDROGRÁFICA DEL JÚCAR: Estrategias de actuación en la zona inundable de la Ribera del Júcar, Ponencias Técnicas, Volumen I, Alzira, 29-30/III/1999.

Martín-Vide, J., 2004: *Spatial distribution of a daily precipitation concentration index in peninsular Spain*, Int J Climatol, **24**, 959–971, doi: 10.10 002/joc.1030.

Ministerio de Fomento, 1999: Máximas lluvias diarias en la España Peninsular, Ministerio de Fomento, Madrid, ISBN: 978-84-498-0419-9 (PDF).

Moncho, R., 2008: *Análisis de la intensidad de precipitación. Método de la intensidad contigua*, RAM3, **Enero**.

Moncho, R., Belda, F., i Caselles, V., 2009: *Climatic study of the exponent n of the IDF curves of the Iberian Peninsula*, Tethys, **6**, 3–14, doi: 10.3369/tethys.2009.6.01.

Pereyra-Diaz, D., Pérez-Sesma, J. A. A., i Gómez-Romero, L., 2004: *Ecuaciones que Estiman las curvas Intensidad-Duración-Período de retorno de la lluvia*, GEOS, **24**, 46–56 (PDF).

Pérez-Cueva, A., 1983: *Precipitaciones extraordinarias en la España Peninsular*, Agricultura y sociedad, **28**, 189–203, ISSN: 0211–8394 (PDF).

Ruíz-Urrestarazu, E., 1983: Estado actual de las fuentes de los datos climáticos en Álava, Guipúzcoa y Vizcaya y su posible planificación, Eusko Ikaskuntza (Ed.), Encuentro de Geografía Euskal Herria-Catalunya, Donostia-San Sebastián, 395-419, ISSN: 0212-3223 (PDF).

Siegel, S., 1986: Estadística no paramétrica aplicada a las Ciencias de la Conducta, Editorial Trillas, México D.F.

Soro, G. E., Goula Bi, T. A., Kouassi, F. W., i Srohourou, B., 2010: *Update of intensity-duration-frequency curves for precipitation of short durations in tropical area of West Africa (Cote D'ivoire)*, J Appl Sci, **10**, 704–715, doi: 10.3923/jas.2010.704.715.

Témez, J. R., 1978: Cálculo Hidrometeorológico de caudales máximos en pequeñas cuencas naturales, Dirección General de Carreteras, Madrid, p. 111.

Ugarte, F. M. i González, J. A., 1984: *Precipitaciones de agosto de 1983 en la cuenca del río Oka (ría de Mundaka-Vizcaya): repercusiones geomorfológicos*, Cuadernos de investigación geográfica, **10**, 201–214, 7 Ref., ISSN: 0211–6820 (PDF).